№ 5 | май 2021
Издаётся Московским Центром непрерывного математического образования
e-mail: kvantik@mccme.ru

ЖУРНАЛ
КВАНТИК
ДЛЯ ЛЮБОЗНАТЕЛЬНЫХ

№ 5
май
2021

ДИНОЗАВРЫ УЖЕ НЕ ТЕ, КАКИМИ БЫЛИ ПРЕЖДЕ

ШОКОЛАДНЫЙ ПИТОН

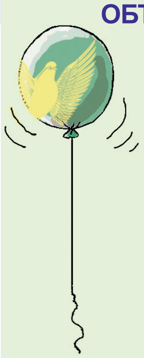
СИРИЙСКИЕ КВАДРАТЫ

Enter

ПРОДОЛЖАЕТСЯ ПОДПИСКА на II полугодие 2021 года!

Подписаться на журнал можно в отделениях Почты России и через интернет

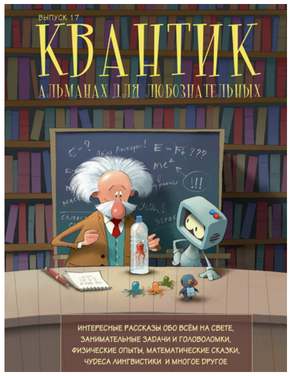
ОБЪЕДИНЁННЫЙ КАТАЛОГ «ПРЕССА РОССИИ»



подписной индекс **11346**

akc.ru/itm/kvantik

НАШИ НОВИНКИ



АЛЬМАНАХ ДЛЯ ЛЮБОЗНАТЕЛЬНЫХ «КВАНТИК», выпуск 17

В него вошли материалы журнала **«КВАНТИК»** за первое полугодие 2020 года

Купить этот и предыдущие альманахи можно в магазине «МАТЕМАТИЧЕСКАЯ КНИГА» (адрес: г. Москва, Большой Власьевский пер., д. 11), в интернет-магазинах **biblio.mccme.ru**, **kvantik.ru** и других (см. список на сайте **kvantik.com/buy**)

www.kvantik.com
kvantik@mccme.ru
instagram.com/kvantik12
kvantik12.livejournal.com
facebook.com/kvantik12
vk.com/kvantik12
twitter.com/kvantik_journal
ok.ru/kvantik12

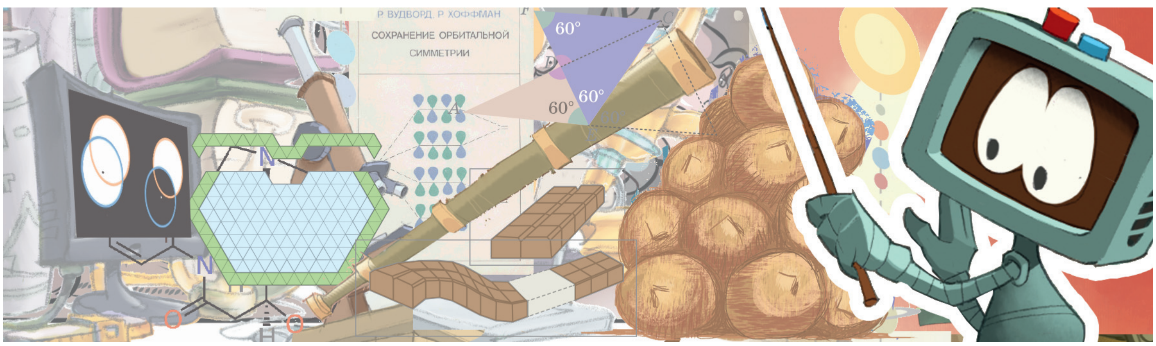
Журнал «Квантик» № 5, май 2021 г.
Издаётся с января 2012 года
Выходит 1 раз в месяц
Свидетельство о регистрации СМИ:
ПИ № ФС77-44928 от 04 мая 2011 г.
выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор).
Главный редактор С. А. Дориченко
Редакция: В. Г. Асташкина, Е. А. Котко, Р. В. Крутовский, Г. А. Мерзон, А. Ю. Перепечко, М. В. Прасолов
Художественный редактор и главный художник Yustas
Вёрстка: Р. К. Шагеева, И. Х. Гумерова
Обложка: художник Алексей Вайнер

Учредитель и издатель:
Частное образовательное учреждение дополнительного профессионального образования «Московский Центр непрерывного математического образования»
Адрес редакции и издателя: 119002, г. Москва, Большой Власьевский пер., д. 11
Тел.: (499) 795-11-05,
e-mail: kvantik@mccme.ru
сайт: www.kvantik.com
Подписка на журнал в отделениях Почты России:
- Объединённый каталог «Пресса России» (индексы **11346** и **11348**)

Онлайн-подписка
на сайте агентства АРЗИ **www.akc.ru/itm/kvantik**

По вопросам оптовых и розничных продаж обращаться по телефону **(495) 745-80-31** и e-mail: **biblio@mccme.ru**
Формат 84x108/16
Тираж: 4000 экз.
Подписано в печать: 15.04.2021
Отпечатано в ООО «Принт-Хаус»
г. Нижний Новгород,
ул. Интернациональная, д. 100, корп. 8.
Тел.: (831)216-40-40
Заказ № 210989
Цена свободная
ISSN 2227-7986
6+

СОДЕРЖАНИЕ



Р ВУДВОРД Р ХОФФМАН
СОХРАНЕНИЕ ОРБИТАЛЬНОЙ СИММЕТРИИ
60°
60°
60°

Александр Бердников

ЛИНЗА ИЗ ЛУНЫ: ОТВЕТЫ

В «Квантике» № 3 за 2021 год была задача:

Представьте, что Луну заменили на линзу такого же диаметра, чтобы во времена солнечных затмений она фокусировала свет на поверхность Земли. Почему в этой ситуации такой «луч смерти» не представляет особой опасности?

Почему же такая большая линза не нанесёт вреда, если даже маленькой лупой можно поджечь бумагу или дерево? Конечно, зная подходящие формулы и величины, ответ можно вычислить. Но если удастся обойтись без этого, просто взглянув на ситуацию с другой стороны – будет, конечно, интереснее. Нам понадобится лишь пара отправных точек. Первая – что **видимые размеры Луны и Солнца на небосводе близки** – довольно банальна, это легко проверить самим (только не смотрите прямо на Солнце, когда оно яркое – это опасно для сетчатки глаза). А со второй сложнее: **линза не меняет яркость поверхности, которую через неё видно**. Хотя в этом легко убедиться самостоятельно, как предлагала подсказка в прошлом номере, тут есть много подводных камней, о них позже.

Представим теперь, как «затмение» Луной-линзой выглядит для его потенциальных жертв. Солнце мы будем считать частью фона-небосвода – до него на порядки дальше, чем до Луны. Итак, на небе будет видно Солнце, загороженное кру́гом Луны, а через линзу будет виден увеличенный маленький участок небосвода за центром линзы. Пока центр линзы не дополз до Солнца, будет обычное затмение, как вверху на рисунке 1 – мы через лупу смотрим в чёрный космос. Но когда в центре линзы окажется точка *на Солнце*, вся лупа засияет и Солнце будто примет форму этакой восьмёрки, как внизу на рисунке 1. Поскольку и **яркость**, и **размер на небе** у Луны-линзы станут такими же, как у Солнца,

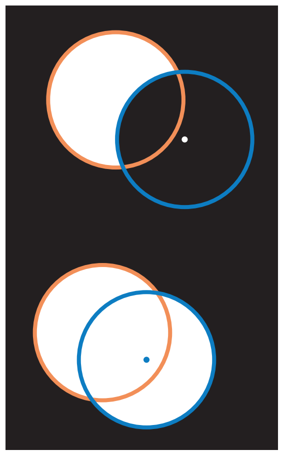


Рис. 1. Солнце обведено оранжевым, Луна-линза – голубым, её центр отмечен

добавочного света от неё мы получим максимум как ещё от одного Солнца (которое, к тому же, будет частично загорожено). Приятного мало, но не смертельно: увеличение меньше, чем в два раза. А во время *полного* затмения вообще не будет большой разницы – тот же «солнечный» диск на небе, что и обычно.

Этот ответ вызывает ещё больше вопросов.

– Погодите, если освещённость со всей Луны собрать в одной точке, освещённость же возрастёт куда больше, чем вдвое!

Чтобы понять, почему это не так, попробуйте сфокусировать лупой свет лампы. Лампа не соберёт весь свет в одну точку: свет каждой точки лампы сойдётся в своей фокусной точке. Так и Луна сфокусирует на Земле большое изображение Солнца, а вовсе не точку.

– И что, свет так рассредоточится, что освещённость упадёт почти до обычной?

А какую площадь осветит Луна-линза? В пятно попадут все земляне, для кого линза «включилась». А для этого достаточно и частичного затмения (как на рисунке 1 внизу). Значит, для заметной части тени Луны на Земле линза уже «горит». Получается, солнечное пятно растянуто на площадь, сравнимую с лунной тенью, как на рисунке 2, так что не очень-то энергия и сфокусируется.

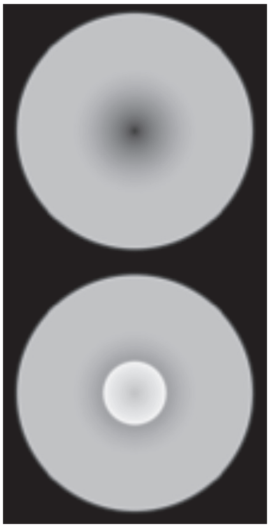


Рис. 2. Освещённость Земли при нормальном затмении и при затмении Луной-линзой

Задачка по геометрии – понять, что изображение Солнца будет размером как раз с Луну; вообще размеры линзы и изображения между собой не связаны, откуда совпадение в этом случае?

– А как же тогда выжигают обычные лупы? Как им удаётся собрать свет в точку?

Строго говоря, и лупы собирают свет не в точку. Они тоже дают изображение Солнца, просто маленькое – гораздо меньше, чем лупа. Вот освещённость и возрастает в сотни раз, пропорционально уменьшению площади. С точки зрения наблюдателя, в фокусе

маленький круг Солнца сменится столь же сияющей лупой, которая займёт уже огромную часть неба: палить будет, как сотни солнц, которые потребовались бы для такого зрелища.

– Ладно, тут свет со всего Солнца собрали в пятнышко. Но мы через Луну-линзу смотрим на одну-единственную точку Солнца. Как получается, что она нам даёт столько же тепла, сколько обычно даёт всё Солнце?

Строго говоря, это можно обо всех лупах сказать. Да, нас теперь освещает «только одна точка», но куда большей частью своих лучей, чем обычно. Ведь теперь нам от неё достаются не только те лучи, что летели прямо на нас (это мизерная доля), а любые, попавшие в Луну (их куда больше). То, что в результате получается «ничья», – совпадение. Вспомните, что мы его вывели из равных видимых размеров Луны и Солнца.

– Да, а также из того, что лупа яркости не меняет. Но вот в телескоп звёзды видны ярче, чем глазом.

Вот и подводные камни появились. Про звёзды можно (с большими недомолвками!) сказать, что увеличивается их видимый размер, а не яркость поверхности. От них стало больше света, но его рассредоточение незаметно (звёзды что так, что эдак, точками видны) – вот и кажется, что они стали ярче.

– А в микроскопе, наоборот, при большом увеличении всё темнеет…

Микроскоп не может выдать больше света от рассматриваемой им пылинки, чем та в принципе даёт. Поэтому, чтобы слать нам всё бóльшие её изображения с той же «настоящей» яркостью, приходится экономить и слать их в меньшее число точек. В итоге мы будто смотрим на увеличенную пылинку через уменьшенный зрачок (с оговорками): её изображение достаётся лишь части зрачка, а остальная его часть наблюдает вместо пылинки тёмные внутренности микроскопа, в среднем выходит темнее. Будь зрачок изначально сам маленький, он бы и так изначально получал меньше света и заметил бы потемнение только при бóльших увеличениях.

– А можно заявление про яркость всё-таки объяснить, почему она не меняется?

Строго сформулировать и вывести это – сложная математика (одно название пугает: «теорема Лиувилля о сохранении фазового объёма»). Скажем вот что: будь у нас лупа, меняющая яркость, можно было бы поставить её меж двух тел и перекачивать задаром энергию от одного к другому (тепловым излучением). Заманчиво, но природа такой щедростью не балует (это наблюдение составляет *второй закон термодинамики*).

– Осталось ещё придраться к «однородности» поверхности. Солнце-то разве однородно?

Не совсем. Во-первых, в центре Солнце поярче, чем с краю (фото 1): там мы видим глубже его раскалённые недра, а не смотрим вдоль менее горячего края. Но светлая середина и так бóльшую часть Солнца занимает, и если всё оно будет такой яркости – невелика разница. Та же история и с гранулами, на которые разбивается поверхность Солнца (фото 2).

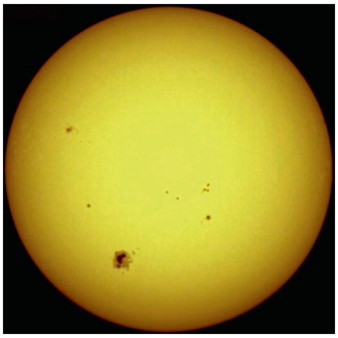


Фото 1. Солнце с несколькими видимыми пятнами. Два маленьких пятна в центре имеют такой же диаметр, как Земля

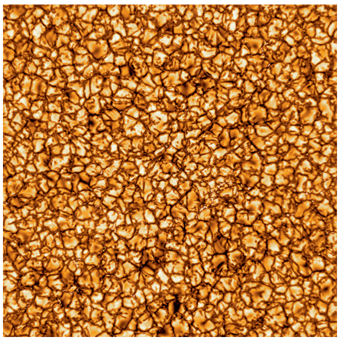
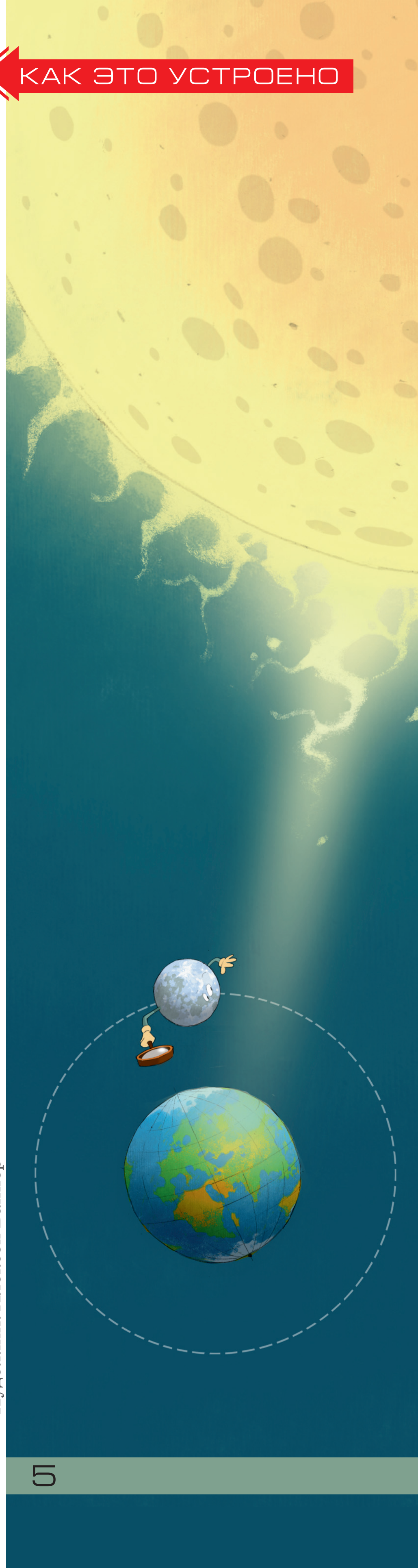


Фото 2. Гранулы на поверхности Солнца. Размер типичной гранулы ≈1500 км, существует она 8 – 20 минут

А вот при солнечной вспышке, когда вспыхнет малая его часть, из-за линзы вспышка не рассеется по всем зрителям равномерно, становясь едва заметной на общем фоне Солнца, как это было бы обычно. Вся энергия вспышки, пойманная Луной, достанется немногим «счастливчикам», попавшим в изображение этой вспышки на Земле. И здесь катастрофичность уже будет зависеть от того, как линза работает на других длинах волн, потому что на видимый свет приходится очень малая часть энергии вспышки...

Вот так на один простой вопрос можно отвечать, уходя всё дальше, но когда-то нужно и остановиться.

Фото 2: NSO/AURA/NSF



Художник Алексей Вайнер

Константин Кохась

ШОКОЛАДНЫЙ ПИТОН

Кузька сидел возле батареи и в задумчивости смотрел на мятую бумажку.

– Опять ты, Кузька, с каким-то мусором возишься, – проворчала Огрыза.

– Я нашёл очень странный документ на Магазинной тропе, – откликнулся Кузька и помахал бумажкой. – Смотрите, тут написано: «1 сгущ, 8 конф или 3 спрузз». Что бы это могло значить?

– Видимо, кто-то записал памятку, что купить в магазине, – предположил дятел Спятел.

– Я тоже так думаю, – согласился Кузька. – Но что такое «спрузз»? Никогда не слышал такого слова!

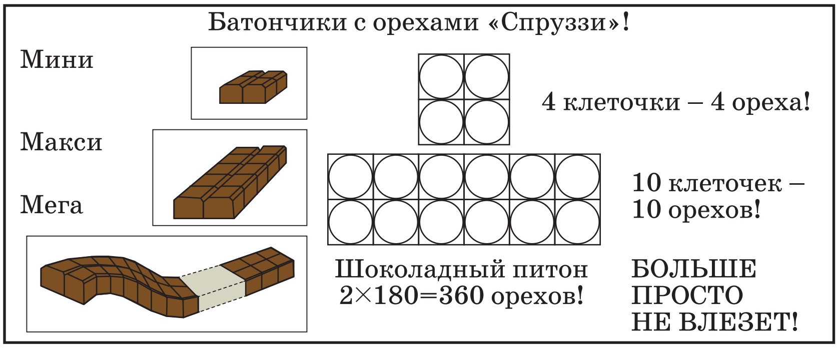
– Как же ты упустил? – удивилась Огрыза. – Об этом на всех углах пишут!

– На всех углах? Где это?

– Например, на той же Магазинной тропе! – подсказала Бусенька.

– Я проверю! – сказал Кузька и побежал на все углы искать спрузз.

Выйдя на тропу, Кузька наугад повернул налево и пошёл, внимательно осматриваясь. И действительно, буквально через 20 метров показался огромный рекламный щит.



Словно в доказательство того, что на щите приведена верная информация, рядом валялся длинный-предлинный фантик назойливого розового цвета. Кузька понюхал фантик. Вкусно!

– Там не было ни одного угла, – доложил Кузька, вернувшись в Ам-бар, – но я всё же выяснил, что такое спрузз! И нашёл на тропе длиннющий фантик! Свеженький!

– Неужели кто-то съел целого шоколадного питона? – воскликнула Огрыза. – Это, между прочим, 360 орехов!

– А какие там орехи? – спросил дятел Спятел.

– Фундук, – подсказала Огрыза. – Диаметр одного ореха около 1 см. Длина батончика «Макси» – приблизительно 5 см, а длина шоколадного питона – около двух метров.

– Всё понятно, – сказал дятел Спятел, – это питон Уккх его съел! В кого ещё может поместиться двухметровая полоса орехов. Только зачем же он это сделал?

– Может быть, он хотел проверить утверждение «Больше просто не влезет!», – предположил Кузька.

– Что не влезет? Куда не влезет? – не поняла Бусенька.

– В рекламе так написано – «Больше просто не влезет!», – объяснил Кузька. – Видимо, это значит, что 361-й орех не влезет в питона Уккха.

– Рекламы пишут в расчёте не только на питонов, – усомнилась Огрыза. – И кстати, вместимость питона гораздо больше.

– Ну тогда... – сказал Кузька, – тогда... Тогда эта надпись значит, что здесь очень много орехов! И что не в питона Уккха, а в этого шоколадного питона большее количество орехов не влезет!

– А почему не влезет? – спросил дятел Спятел.

– Ну как же, очень плотная упаковка – 360 клеточек, в каждой клеточке по ореху... – начал было объяснять Кузька.

– Неубедительно! При чём тут клеточки?

– При изготовлении батончиков каждый орех кладут в кубическую ячейку и заливают шоколадом... – прокомментировала Огрыза.

– Мы обсуждаем, не для чего нужны клеточки, а почему в питона размерами 2×180 клеток не поместится 361 орех диаметром 1 см.

– А точно не поместится? – спросила Бусенька. – Площадь одной клеточки равна 1. Площадь кружочка (то есть ореха) равна $\pi\left(\frac{1}{2}\right)^2 \approx 0{,}785$, а площадь оставшейся части клетки равна 0,215. Значит, уже в батон-

чике «Мини» площадь свободного места больше площади одного ореха!

– Но всё равно, если мы кладём только целые орехи, в батончик «Мини» больше четырёх орехов не влезет, – задумчиво сказала Огрыза. – Если попытаться поместить в него 5 орехов, в какую-то из четырёх клеток попадут центры двух орехов. А так как орехи не вылезают за границы батончика, они явно будут пересекаться. Ну то есть, круги будут пересекаться, а настоящие орехи просто не поместятся.

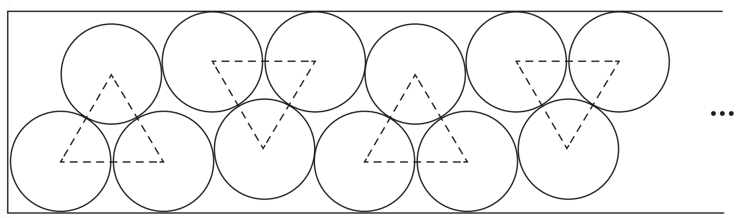
– Убедительно! – похвалил дятел Спятел.

– Ну вот, – подхватил Кузька, – в 4 клеточки влезает 4 ореха, значит, в 360 клеточек влезет 360 орехов!

– А 361? – спросил дятел Спятел.

Кузька беспомощно развёл лапками.

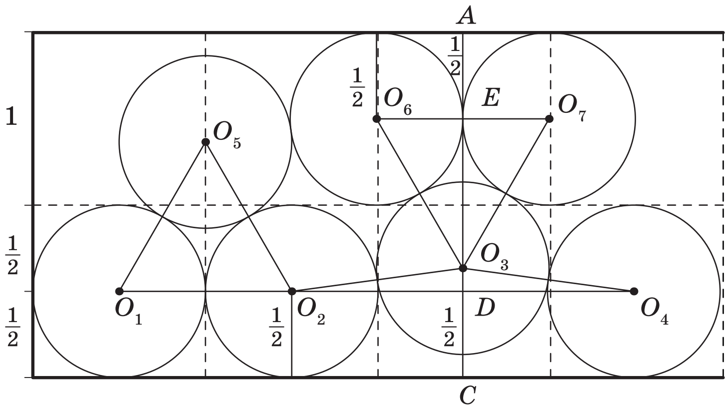
– Мне кажется, – сказала Бусенька, – при размещении орехов надо отказаться от клеточек. Давайте класть орехи «треугольниками» – вот так:



Посмотрим на нижний край. Раньше каждый орех занимал одну клетку, значит, 6 орехов занимали по горизонтали 6 см. А сейчас третий и шестой орехи слегка отодвинулись внутрь, и за счёт этого занимают по горизонтали чуть меньше 1 см. Если питон достаточно длинный, мы сумеем разместить вдоль его нижней стороны лишние орехи (по сравнению с укладкой по клеточкам).

– Я сейчас рассчитаю, длинный он или недлинный – сказала Огрыза. – Итак, у нас имеется прямоугольный питон 2×180 и мы размещаем в нём круги диаметра 1. Нарисуем несколько первых кругов.

На нашей картинке радиусы всех окружностей равны $\frac{1}{2}$, длина AC равна 2, треугольник $O_3O_6O_7$ – равносторонний со стороной 1, его высота O_3E равна $\frac{\sqrt{3}}{2}$, откуда



$$O_3D = AC - CD - O_3E - EA = 2 - \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Как только Огрыза стала писать формулу, Кузька немедленно заснул.

– По теореме Пифагора для треугольника O_2DO_3, – продолжала Огрыза, – находим, что

$$O_2D = \sqrt{O_2O_3^2 - O_3D^2} = \sqrt{1 - \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{\sqrt{3} - \frac{3}{4}} \approx 0{,}991.$$

И наконец,

$$O_1O_4 = O_1O_2 + 2O_2D \approx 2{,}982 = 3 - 0{,}018.$$

Таким образом, за счёт того, что третий круг приподнялся, центр четвёртого круга расположен на 0,018 левее центра четвёртой клеточки.

Мы собираемся расположить вдоль горизонтали 180 кругов, то есть 60 групп по 3 круга. Каждая группа из трёх кругов (два круга касаются горизонтали, один приподнят) даёт смещение 0,018, а тогда 60 групп дают смещение $60 \cdot 0{,}018 \approx 1{,}08$. Значит, если мы добавим 181-й круг, его центр будет расположен на 1,08 левее центра 181-й клеточки, то есть этот круг окажется внутри нашего питона 2×180!

– Потрясающе, – сказала Бусенька, – получается, что 361-й орех влезет! До чего же умеют гипнотизировать эти составители реклам! Мы чуть не попались на их удочку!

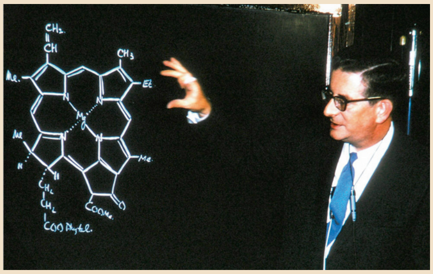
– А самого питона сделаем из тёмного шоколада, – пробормотал во сне Кузька.

– Слетаю-ка я проверить, – сказал дятел Спятел, – действительно ли питон Уккх сожрал свою шоколадную копию. Если да, то он ещё надолго останется сытым, и, значит, мы сможем рассказать ему эту замечательную историю про 361-й орех!

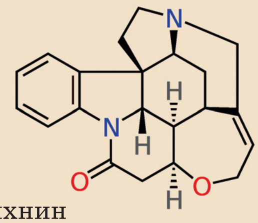
Художник Инга Коржнева

РОБЕРТ БЁРНС ВУДВОРД

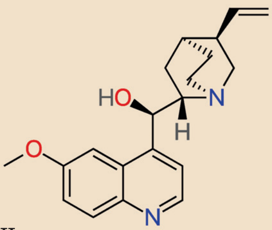
Марина Молчанова



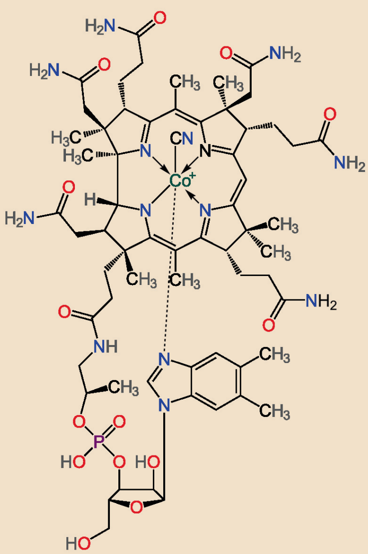
Роберт Бёрнс Вудворд и хлорофилл



Стрихнин



Хинин



Витамин B_{12} (цианокобаламин)

На полях этой статьи изображено несколько очень сложных и совсем разных молекулярных структур. Всё это природные вещества, в том или ином смысле важные для человека – лекарства, витамины, гормоны, пигменты, яды. И у всех этих молекул есть одна сходная черта: их получил в лаборатории из простых и доступных химических соединений один и тот же человек – конечно, получил не один, а вместе со своими сотрудниками. На фотографии он изображён в компании одной из таких молекул. Знакомьтесь: Роберт Бёрнс Вудворд (Robert Burns Woodward; 10.04.1917 – 8.07.1979), один из величайших химиков XX века.

Ещё раз посмотрите на эти структуры, похожие на ажурные постройки. Их большие аналоги можно было бы смастерить руками из деталей конструктора – но где взять микроскопический пинцет, который позволил бы ставить на место нужные атомы и связи в реальных молекулах? Его не существует. Значит, возможны только обходные пути: зная закономерности химических процессов, постепенно усложнять простые молекулы, пока не будет достигнут нужный результат. Это похоже на работу детектива, который поэтапно расследует происшествие, или на решение сложной головоломки. Тут необходимо глубокое понимание химических реакций и очень точное представление о том, как устроена каждая молекула. Характерная деталь: Вудворд во время лекций быстро рисовал на доске цветными мелками сложнейшие структуры, иногда даже сразу с двух концов доски, и всегда у него все линии сходились, где надо[1]. И, наконец, для придумывания стратегии необходимы воображение и изобретательность – потому что в синтезах Вудворда, как говорили все его коллеги, искусства было не меньше, чем науки.

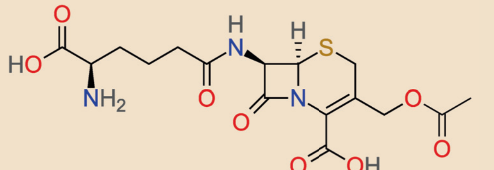
[1] Если вы думаете, что это просто, поставьте на себе эксперимент. Попробуйте, например, по памяти нарисовать правильный додекаэдр со всеми его вершинами, рёбрами и гранями (про додекаэдр не раз писали в «Квантике», но если забыли, что это такое, можно воспользоваться гугл-поиском). Что, сложно? А ведь в додекаэдре всего 20 вершин. В структуре витамина B_{12} их около сотни.

МОЛЕКУЛА КАК МОДЕЛЬ ДЛЯ СБОРКИ

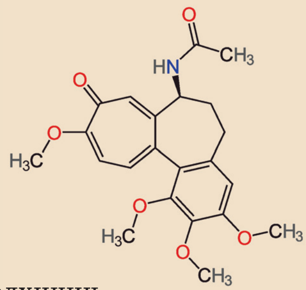
Иногда кажется, что Вудворд синтезировал всё на свете. Ладно, будем честны: такое невозможно. Но так или иначе он приложил руку к значительной части самых ярких органических синтезов XX века. И даже те, в которых он не участвовал лично, часто были вдохновлены его работой – пусть даже это были достижения конкурирующих групп, которые хотели побыстрее изготовить то или иное вещество, пока Вудворд не сделал его первым. Именно за синтетические достижения ему и была в 1965 году присуждена Нобелевская премия.

Вот неполный перечень веществ, которые Вудворд смог одним из первых или самым первым создать в лаборатории. *Хинин*, знаменитое средство от малярии. *Холестерин*, один из важнейших участников обмена веществ в нашем организме. *Колхицин*, используемый как лекарство и как вспомогательное вещество при селекции растений (кстати, в эпоху Covid-19 проверялась и эффективность колхицина в борьбе с этой инфекцией!). *Стрихнин*, один из самых знаменитых и самых сильных растительных ядов. *Резерпин*, биологически активное вещество, которое входит в состав лекарств от гипертонии. *Хлорофилл*, зелёный пигмент растений. *Цефалоспорин* C, антибиотик (Вудворд описал его синтез в своей Нобелевской лекции – он специально спешил завершить работу до этой церемонии, чтобы рассказать о ней с трибуны). И вершина – грандиозный синтез *витамина* B_{12}: порядка десяти лет работы двух исследовательских групп, около 100 стадий.

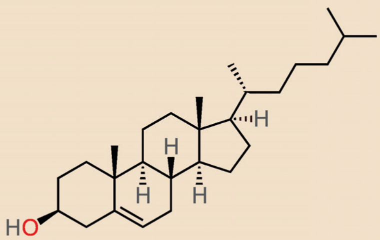
Новыми были не только и не столько конкретные синтезы, сколько сам подход Вудворда. В прежние времена обычный метод был таким: возьмём вещество, молекула которого уже имеет сложную структуру, и постараемся в ней что-нибудь поменять. Или же будем действовать методом проб и ошибок – что-то да получится, только мы заранее не знаем, что именно. Вудворд же раз за разом доказывал, что можно, используя сравнительно простые химические соеди-



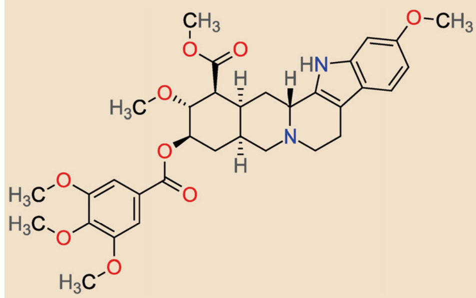
Цефалоспорин C



Колхицин

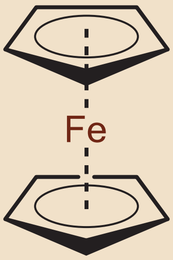


Холестерин

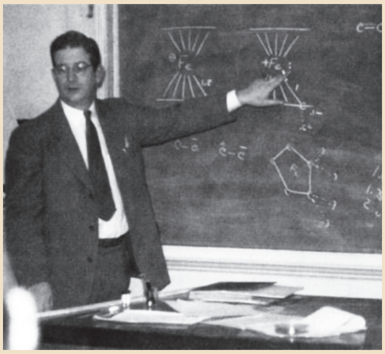


Резерпин

РОБЕРТ БЁРНС ВУДВОРД



Ферроцен



Вудворд рассказывает о ферроцене

Вудворд за свою работу получает премию Пристли (1962 год). Из фотоархива Колледжа Дикинсона

нения и тщательно продумав план работы, создать сложность и посоперничать с природой.

Тут, конечно, сразу можно задать вопрос. Зачем нужны такие многоэтапные и хитрые химические процессы, если практически все перечисленные вещества до сих пор на практике получают из природного сырья – это проще и дешевле? К тому же сейчас у многих людей есть предубеждение: мол, природное – это хорошо, а синтетическое, даже «идентичное натуральному», – это плохо.

Что ж, тут есть несколько хороших ответов.

Во-первых, придумать и осуществить необычный синтез – это просто красиво. Зачем пишутся картины, зачем из мрамора высекаются статуи?

Во-вторых, сложные синтезы природных веществ – важнейший двигатель решения реальных задач, возникающих при создании новых лекарств и материалов. Как ввести в молекулу ту или иную группу; как при этом предотвратить разрушение других групп; как обеспечить нужную пространственную структуру получаемой молекулы? В-третьих, это дорога к изготовлению новых веществ с новыми свойствами, которые похожи на природное вещество, но всё-таки не совсем. В-четвёртых, лабораторный синтез вещества – это ещё и повод глубже разобраться в самом этом веществе и в особенностях его молекулы. Можно легко придумать и «в-пятых», и «в-шестых», и «в-десятых».

Впрочем, где сборка молекул из частей, там и разборка. Или даже так: разборка должна предшествовать сборке. Прежде чем синтезировать сложную молекулу, надо понять, как именно она устроена. Как узнать ту информацию, которая позволяет нам нарисовать структуру молекулы – например, какую-то из тех, что можно видеть здесь на полях? И опять-таки, это непростая задача даже сейчас, что уж говорить об эпохе Вудворда – полвека назад. Мы не видим отдельные атомы и тем более химические связи между ними. А эксперименты дают нам лишь неполные или косвенные данные.

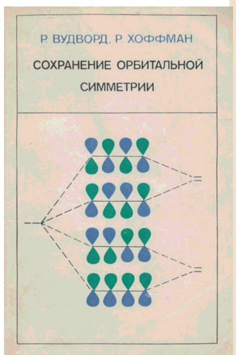
МОЛЕКУЛА КАК МОДЕЛЬ ДЛЯ СБОРКИ

Но именно на основании косвенных данных (а Вудворд использовал самые разные – например, он одним из первых понял важность спектроскопии) можно нарисовать структуру молекулы, которая будет соответствовать всем известным фактам. И она-то и будет правильной. Как писал один из химиков тех времён про определение строения антибиотика *террамицина*: «Собрался впечатляющий объём противоречивых фактов. Вудворд взял большой кусок картона, выписал на него все данные и, подумав в одиночестве, вывел правильную структуру террамицина. Никто больше не смог бы этого сделать в то время».

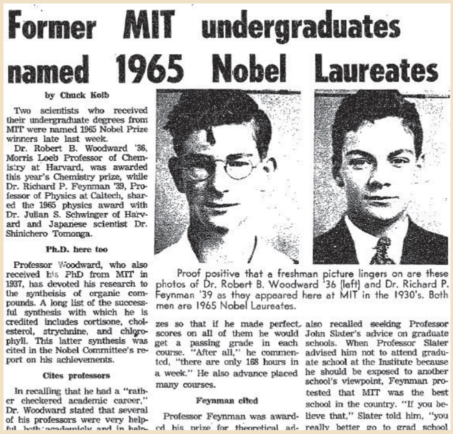
А вот ещё один впечатляющий результат. В начале 1950-х годов Вудворд вместе с другим будущим Нобелевским лауреатом, Джеффри Уилкинсоном, выяснил строение *ферроцена* – необычной молекулы, в которой, оказывается, атом железа (Fe) зажат между двумя кольцами из атомов углерода, как кусок ветчины между двумя ломтями хлеба. Потом выяснилось, что есть и другие похожие соединения, которые так и назвали – *сэндвичевыми*, и до сих пор их изучение – одна из самых необычных областей химии.

Ещё одно знаменитое – может быть, самое знаменитое – достижение касается изучения механизмов и продуктов реакций, которое было проведено Вудвордом вместе с его младшим коллегой Роалдом Хоффманом. Выведенные ими правила Вудворда–Хоффмана позволяют предсказать пространственное строение продуктов некоторых реакций в зависимости от исходных веществ и условий проведения. Эти правила знает любой студент-химик: они сравнительно несложны, изящны и дают чрезвычайно полезный инструмент любому специалисту по синтезу. Хоффман получил Нобелевскую премию за эту работу в 1981 году, когда Вудворда уже два года не было в живых.

А теперь, рассказав о химических достижениях, надо рассказать и о человеке.



Настольная книга химиков



Former MIT undergraduates named 1965 Nobel Laureates

by Chuck Kolb

Two scientists who received their undergraduate degrees from MIT were named 1965 Nobel Prize winners late last week.

Dr. Robert B. Woodward '36, Morris Loeb Professor of Chemistry at Harvard, was awarded this year's Chemistry prize, while Dr. Richard P. Feynman '39, Professor of Physics at Caltech, shared the 1965 physics award with Dr. Julian S. Schwinger of Harvard and Japanese scientist Dr. Shinichero Tomonga.

Ph.D. here too

Professor Woodward, who also received his PhD from MIT in 1937, has devoted his research to the syntheisis of organic compounds. A long list of the successful synthesis with which he is credited includes cortisone, cholesterol, strychnine, and chlorophyll. This latter synthesis was cited in the Nobel Committee's report on his achievements.

Cites professors

In recalling that he had a "rather checkered academic career," Dr. Woodward stated that several of his professors were very helpful

Proof positive that a freshman picture lingers on are these photos of Dr. Robert B. Woodward '36 (left) and Dr. Richard P. Feynman '39 as they appeared here at MIT in the 1930's. Both men are 1965 Nobel Laureates.

zes so that if he made perfect scores on all of them he would get a passing grade in each course. "After all," he commented, "there are only 168 hours in a week." He also advance placed many courses.

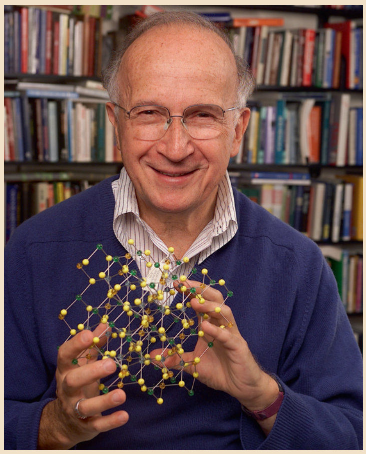
Feynman cited

Professor Feynman was award-

also recalled seeking Professor John Slater's advice on graduate schools. When Professor Slater advised him not to attend graduate school at the Institute because he should be exposed to another school's viewpoint, Feynman protested that MIT was the best school in the country. "If you believe that," Slater told him, "you

Нобелевские лауреаты 1965 года: Роберт Вудворд (химия) и Ричард Фейнман (физика). Фото: «Tech» – студенческая газета MIT

Вудворд отмечает нобелевку
Фото: «Associated Press»



Роалд Хоффман

РОБЕРТ БЁРНС ВУДВОРД

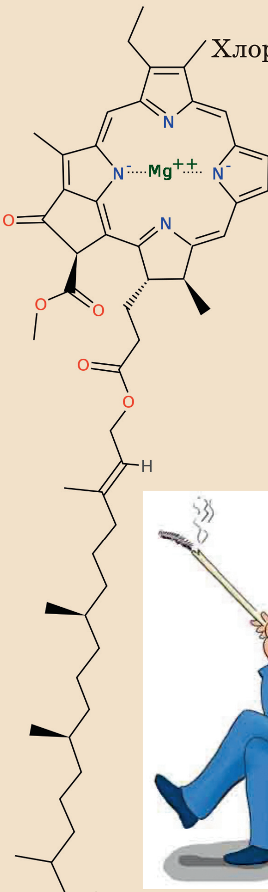
Вудворд родился в США, в Бостоне. Рано потерял отца. Как и многие будущие великие (и не столь великие) химики, с самого детства увлекался превращениями разных веществ друг в друга. Ещё мальчиком он устроил себе лабораторию в подвале и купил в магазине подержанных книг руководство по синтезу. Из подержанных книг он также узнал о существовании химических журналов и написал немецкому консулу в Бостоне барону фон Типпельскирху (ведь Германия тогда была химической державой номер один) – а нельзя ли посмотреть, что это за журналы, где регулярно пишут только о химии? Любезный барон прислал ему несколько выпусков, в одном из которых была описана реакция Дильса–Альдера – через много лет Вудворд с Хоффманом немало сделают для объяснения механизма этого знаменитого процесса. В 16 лет он поступил в знаменитый MIT – Массачусетский технологический институт. Правда, вскоре вылетел оттуда за прогулы (ведь всё время он проводил в библиотеке и лаборатории), но восстановился, благодаря помощи одного из профессоров, который готов был закрыть глаза на особенности столь блестящего студента. Последующая карьера Вудворда была стремительной: перепрыгивая через курсы, он в двадцать лет закончил обучение и довольно скоро поступил на работу в Гарвард, где и оставался до конца жизни.

Уже в неполные тридцать лет он стал прославленным химиком-синтетиком и попал на первые страницы газет как автор лабораторного синтеза хинина (хотя на самом деле это был не хинин, а промежуточное вещество, из которого несложно получить хинин). После этого его слава шла по восходящей. Одна лишь деталь: до получения Нобелевской премии его официально номинировали на неё 111 раз! Среди химиков это рекорд, да и вообще число фантастическое.

Интересно, что Вудворд сравнительно мало публиковался. А вот учеников у него было больше, чем печатных текстов. Вудворд не любил писанину

Дом, в котором жил Вудворд в детстве.
Фото из журнала Angewandte Chemie

Хлорофилл А



Карикатура с Вудвордом.
Фото: Charles F. Cooper

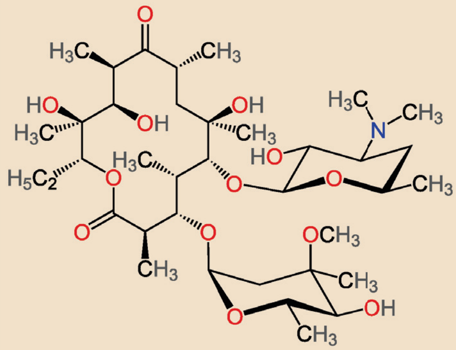
и считал, что на неё нет времени – как можно корпеть над бумагами, когда в лаборатории ждут колбы?

В то же время он был популярным и красноречивым лектором – его даже называли рок-звездой современной химии. Правда, названия его лекций не блистали разнообразием – сплошные «Последние достижения в области химии природных соединений» (и даже его Нобелевская лекция называлась так же). Обычно они длились не меньше трёх часов – что ж, если тема требует трёх часов обсуждения, то куда деваться! А после особенно длинной лекции кто-то из коллег предложил ввести новую единицу лекционного времени – «один вудворд», равный пяти часам двадцати минутам.

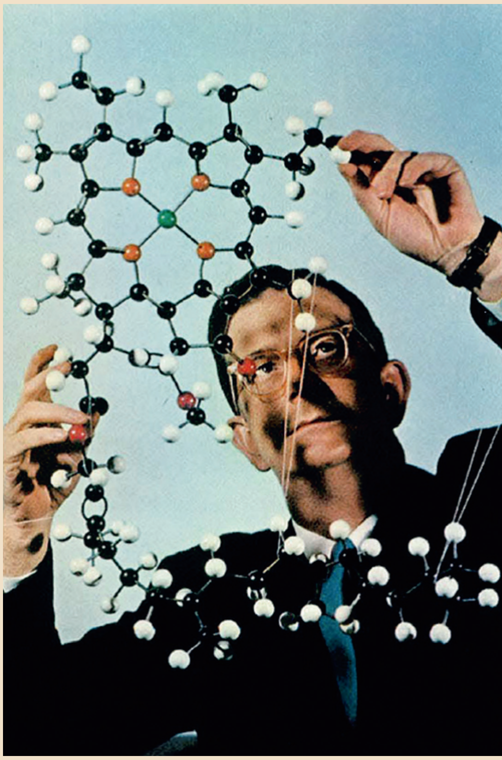
Легендой стало его пристрастие к синему цвету: он любил синие галстуки и синие костюмы, ездил на синем автомобиле, а почтительные студенты даже покрасили в синий цвет то место на университетской стоянке, где Вудворд парковал свою машину.

Вудворда никак нельзя было назвать приверженцем здорового образа жизни. Он мало спал, непрерывно курил (в том числе и прямо во время собственных лекций), не пренебрегал алкоголем, а любому спорту предпочитал автомобильную езду. И, к сожалению, прожил недолго. В 62 года он умер – внезапно, во сне, от инфаркта. Как раз в это время в разгаре была очередная работа: синтез *эритромицина*, одного из старейших известных антибиотиков. Коллеги завершили эту работу уже после смерти Вудворда.

Что же сейчас для нас значит эта фигура, если учесть, что и подходы к синтезу, и методы установления структуры химических соединений уже совсем другие? Наверное, для нынешних химиков она в первую очередь означает романтический подход к науке – «буря и натиск», но при этом и ставка на красоту. Нельзя стать настоящим учёным, не ощутив красоту научного результата, подхода, догадки. И сотни ныне работающих химиков, которые ощутили её благодаря Вудворду, вспоминают о нём с благодарностью.



Эритромицин



Вудворд и цианокобаламин
Фото: National Geographic, февраль 1961

Владимир Красноухов

Мне кажется, что каждый кулинар в душе – математик. Судите сами. В магазине витрина с хлебобулочными изделиями – бубликами, кренделями, брецелями – напоминает справочник по топологии. Макароны имеют строгую геометрическую форму – цилиндры, звёздочки, спирали. Лапша и вермишель в виде букв и цифр различных шрифтов и кеглей, на любой вкус. Короче говоря, пища для ума.

А почему бы и нам не замахнуться на создание своего фирменного блюда? Назовём его «Суп Квантик».

Рецепт супа достаточно прост. Нам понадобится горшочек с крышкой (рис. 1). Основной ингредиент – 7 кусочков лапши в форме букв К, В, А, Н, Т, И, К (рис. 2). Понятно, что и горшочек, и лапша в нашем случае – двумерные и должны быть изготовлены в едином масштабе, да поможет этому треугольная сетка.

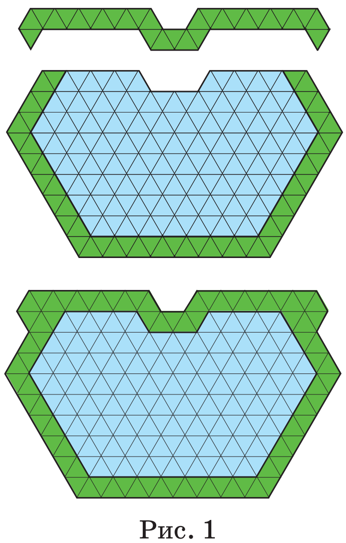


Рис. 1

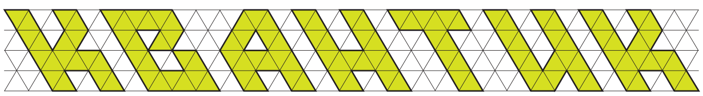
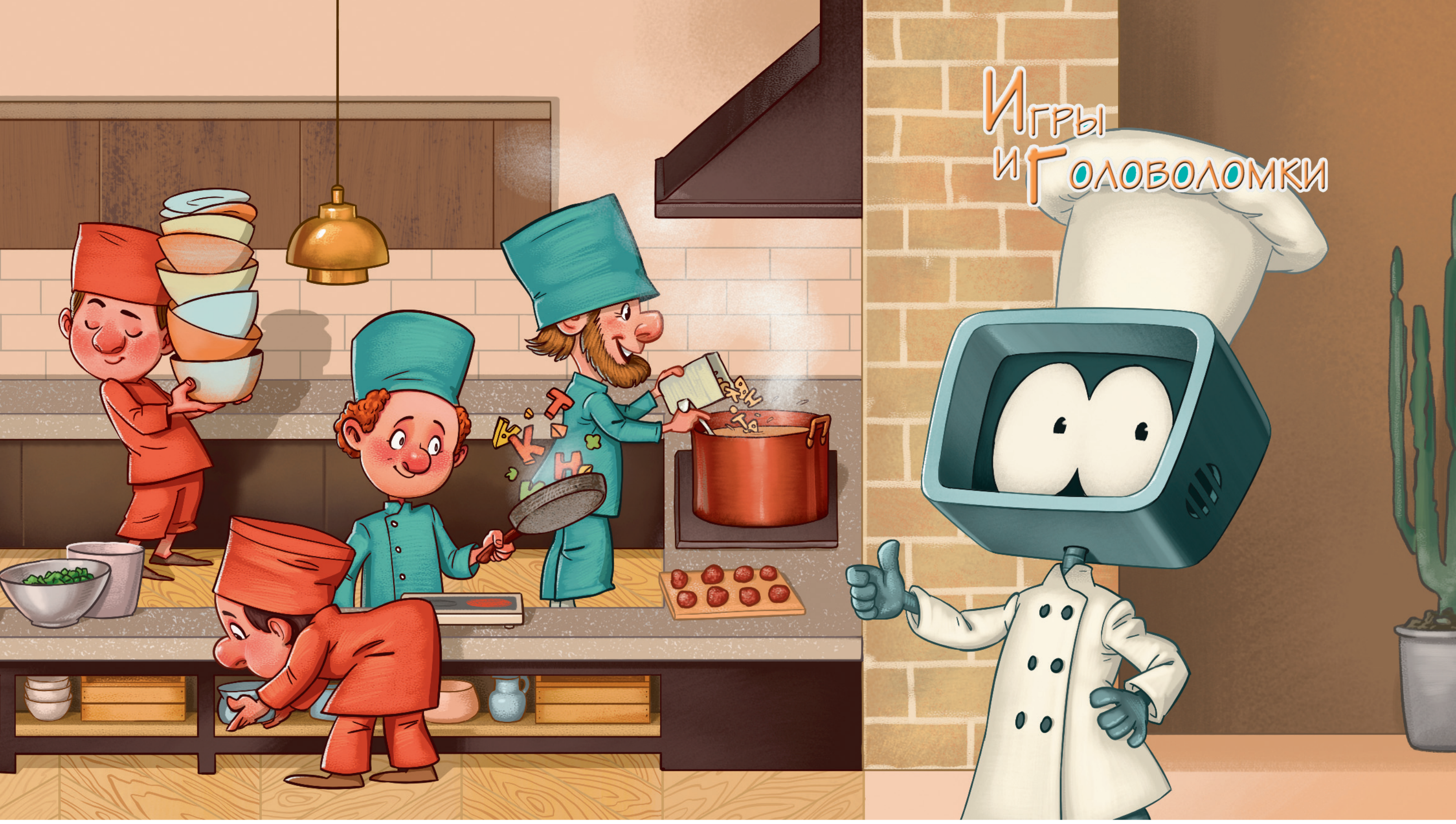


Рис. 2



Задача 1. Разместите все 7 кусочков лапши в горшочке так, чтобы крышка была плотно закрыта. Элементы можно как угодно поворачивать и переворачивать, но нельзя накладывать друг на друга.

Попытки сходу решить эту задачу приведены на рисунке 3. В третьем горшочке задача почти решена, но выступающий треугольник (в букве К) не позволяет закрыть крышку горшочка.

Вариантов решения этой задачи много, найдите хотя бы один.

Задача 2 (для гурманов). Добавьте к содержимому горшочка ещё и кусочек перца. Форму и размеры этой специи приводим на рисунке 4 (необходимо использовать сетку прежнего размера).

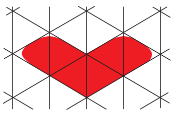


Рис. 4

Приятного аппетита!

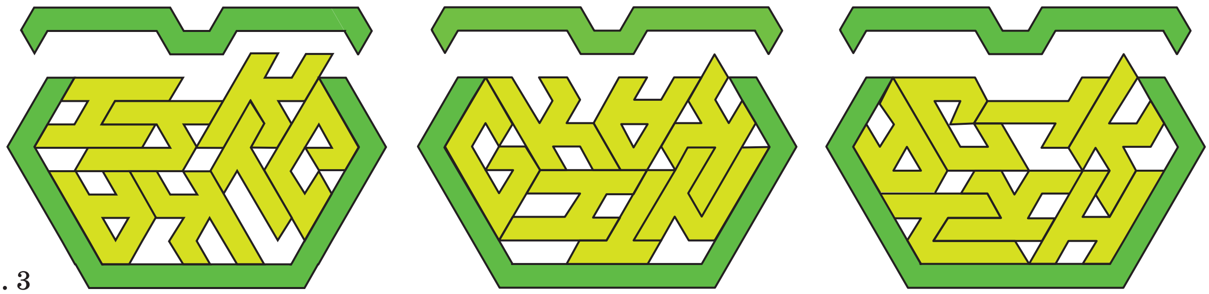


Рис. 3

Художник Мария Усеинова

Анна Шебаршина

ДИНОЗАВРЫ уже не те, КАКИМИ БЫЛИ ПРЕЖДЕ

Как бы вы описали динозавра? Страшный, пугающий, свирепый, опасный, кровожадный? Думаю, это ещё далеко не всё, что пришло вам в голову! Но стоит только познакомиться с ним поближе, как ваше представление изменится.

Начнём с того, что ближайший родственник динозавров благополучно проживает рядом с нами, и это вовсе не крокодил, который вроде очень даже похож. Кто же тогда? Тут есть два ответа: *гаттерия* и *курица*. Гаттерия – редкое пресмыкающееся, обитающее только в Новой Зеландии. Это последний выживший вид рептилий, ходивших по нашей планете вместе с динозаврами. А курица – ближайший потомок динозавров. Представляете, потомки динозавров живут у нас в сарае! Как же это узнали?

Найти родственников динозавров помог анализ молекул ДНК. ДНК (дезоксирибонуклеиновая кислота) – обязательная часть любой клетки: она несёт всю наследственную информацию о существе, из которого взята. Наследственная информация – та, которую организм получил от своих родителей. Каждый организм обладает своей уникальной ДНК. В этой молекуле «записаны» цвет ваших глаз, тембр голоса, группа крови и даже склонность к поседению волос.

Итак, анализ молекул ДНК позволил доказать, что современные птицы – все поголовно потомки динозавров. Неожиданно, правда?

Второе доказательство – огромное количество ископаемых отпечатков, запечатлевших переходные формы между динозаврами и птицами. Это были пернатые существа, получившие от динозавров острые когти и зубы, а от птиц – длинные перья и более лёгкие кости.

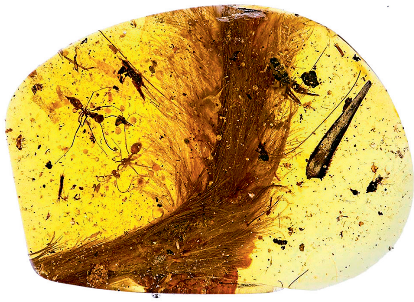
В 1861 году немецкий учёный Герман фон Майер впервые нашёл окаменелости пернатого динозавра. Назвали это удивительное существо *археоптериксом*. Он был размером с ворону и весил примерно 1 кг. Но вот на саму ворону он мало походил: располагал изогнутым и чрезвычайно острым когтем на обеих ногах и крепкими зубами. У этого динозавра были

и признаки птиц, и признаки рептилий. Учёные так и не смогли отнести его ни к первым, ни ко вторым, а записали в отдельную группу.

Отпечатки перьев – ключевая особенность, удивившая многих учёных, ведь перьевой покров очень быстро гниёт. Кости могут пролежать 150 миллионов лет, а вот перья и кожа очень плохо сохраняются: всего за 1 год, проведённый в земле, от них уже ничего не остаётся.

С отпечатком археоптерикса помог случай: порода, в которой нашли животное, – литографический известняк. «Литографический» означает, что кусочки породы имеют небольшой размер. Они плотно придавили динозавра и сохранили отпечатки перьев.

А вот обнаружить перья у древних ящеров помог янтарь. В 2015 году китайский палеонтолог Син Лида приобрёл найденный в Мьянме кусок древней смолы с сохранившейся внутри частью интересного хвоста, полностью покрытого перьями. Кому же принадлежал этот хвост? Логично предположить, что какой-нибудь доисторической птице, ведь кто ещё может быть покрыт перьями. Учёные проанализировали строение позвонков и перьев, а также их количество. И оказалось, что этот участок принадлежит самому настоящему динозавру. Не археоптериксу, не птице, а динозавру!



Янтарь с участком хвоста динозавра. Перья расположены по обеим сторонам хвоста. Фото: Королевский музей Саскачевана (RSM/R.C. McKellar)

Столько лет мир был уверен, что динозавры – создания с чрезвычайно плотной, голой кожей. Столько лет учёные даже вопроса не ставили, были перья у древних ящеров или нет, а тут такая находка! Пернатого динозавра отнесли к группе *целурозавров*: это самая многочисленная группа, к которой относится и полюбившийся всем *тираннозавр* – один из самых крупных хищников, существовавших на нашей планете. Длина тела тираннозавра могла достигать более 12 м, а весом он был примерно 9500 кг. Да что уж говорить, если его зубы были до 18 см длиной!

Художник Алексей Вайнер

Это открытие заставило взглянуть по-новому на предыдущие находки. И раньше бывали случаи, когда рядом с костями находили отпечатки перьев. Вот только никто бы не подумал, что эти перья принадлежат динозаврам. С 2015 года нашли ещё множество отпечатков: в Сибири обнаружили отпечатки перьеобразных структур рядом со скелетом травоядного динозавра. В Ляонине, провинции Китая, уже было много находок и они всё продолжают появляться.

На данный момент точно установлено наличие перьевого покрова у представителей 8 семейств хищных динозавров, но не у всех древних ящеров. Вполне возможно, что в детстве каждый динозавр ходил в оперении, а у взрослых оно сохранялось лишь частично.

Зачем же динозаврам перья? Живут ведь ящерицы спокойно и без них. Тут мнения немного расходятся, поэтому можно выделить сразу несколько основных функций:

1. *Теплоизоляция*. Были ли динозавры теплокровными, учёные пока не знают. Но теплокровность – преимущество, потому что делает организм более независимым от температуры окружающей среды.

2. *Красота*. Удивлены? У некоторых видов динозавров перья удлинились и стали играть важную роль во время выбора партнёра для кладки яиц.

3. *Полёты*. Постепенно более маленькие особи начали использовать перья для планирования и близких полётов, например с одного дерева на другое.

Динозавры имели различный перьевой покров. У некоторых всё тело было покрыто коротким слоем пуха, а другие отличались удлинёнными жёсткими перьями на хвосте и передних конечностях. Некоторые представители были очень похожи на птиц: например, *микрораптор* – небольшой динозавр, который мог планировать в воздухе, используя почти такие же, как у современных птиц, перья. Он имел аж 4 крыла, потому что удлинённые перья располагались и на передних, и на задних конечностях.

Что ж, получается, динозавры были больше похожи на больших куриц, чем на ящеров. Ходили в перьях и, в лучшем случае, крякали, но не рычали, как показали исследования их гортани. А мы по сей день едим их потомков на ужин.

СГИБАНИЯ БУМАГИ

Илья Сиротовский,
Александр Шкловер

История третья. СООТВЕТСТВУЮЩИЕ ЭЛЕМЕНТЫ

Первую и вторую истории см. в «Квантиках» № 1 и № 3, 2021

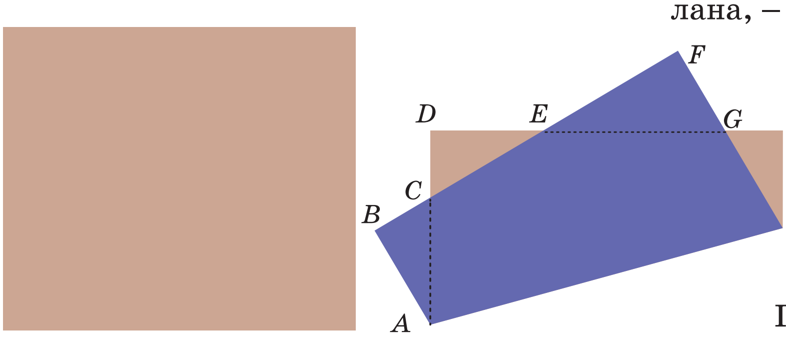
– Представляешь, нам весь урок объясняли, что если треугольники равны, то у них всё равно. – Степан вышел из класса слегка разочарованным.

– Иногда не всё равно, что равно, – загадочно заметила Полина. – Какой у тебя следующий урок?

– История.

– А-а-а... Ну если будет свободная минутка, подумай вот над чем. – Сестра достала прямоугольный листок бумаги и перегнула его.

– Оказалось, что треугольники ABC, CDE и EFG равны. Надо найти стороны прямоугольника, если периметр треугольника ABC равен p.



– Значит, и периметры остальных двух треугольников равны по p, – заметил Стёпа, забирая листок.

Весь урок истории, пока учитель Фёдор Львович красочно описывал кругосветное путешествие Магеллана, Стёпа не менее красочно изрисовывал прямоугольник цветными фломастерами.

– ... однако их план провалился. «Сан-Антонио» был обстрелян и взят на абордаж! Сопротивления не было. Вслед за ним сдался и «Консепсьон»...

– Ура! – закричал Степан, размахивая раскрашенным листком.

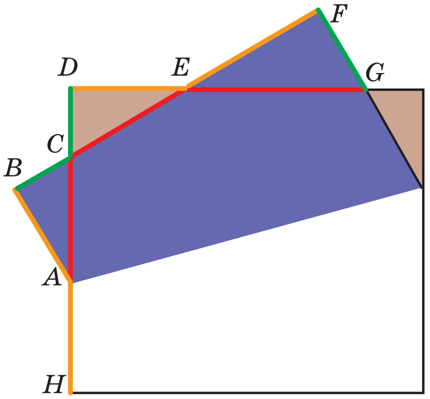
– Я вижу, что вы, молодой человек, сильно переживаете за судьбу Магеллана, – удивился Фёдор Львович.

– А... ну... в общем здорово, что никто не пострадал...

Тут прозвенел звонок, и Степан стрелой помчался искать сестру.

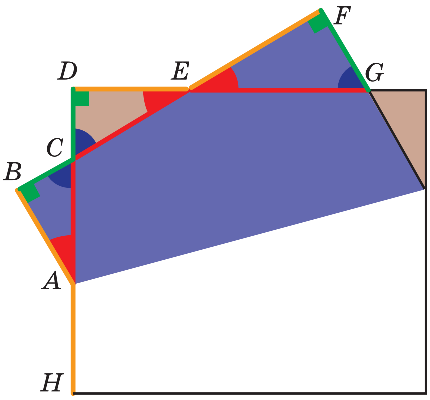
– Вот! Равные стороны я обвёл одним и тем же цветом.

Полина вгляделась в рисунок.



– А почему именно эти стороны равны? Почему, например, AC равно CE?

– Ну вроде понятно... А! Вот почему. – Степан дорисовал равные углы.



– Смотри: углы B, D и F прямые, ведь это углы прямоугольника. Синие углы в треугольниках ABC и DCE равны, как вертикальные. Но треугольники равны, а тогда их оставшиеся углы, красные, – тоже. И в третьем треугольнике есть красный – вертикальный углу CED. Остался синий, FGE. А стороны, которые я отметил одним и тем же цветом, как раз соединяют одинаковые пары углов. С треугольниками разобрались. Дальше: BA равно AH – это одна и та же линия, значит сторона DH прямоугольника равна периметру ABC. И BF тоже. Значит это вообще квадрат! Со стороной длины p.

– Ты молодец! Хорошо всё объяснил. У меня для тебя ещё задачка есть, напомни дома, – улыбнулась сестра.

Домой дети пришли поздно, и Стёпа про задачку не вспомнил. Назавтра с родителями поехали гулять в парк. Пообедать зашли в уютную кафешку.

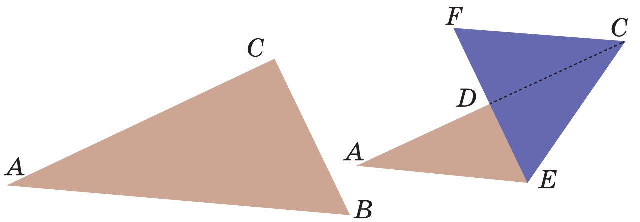
– У вас есть листочек? – спросил Стёпа подошедшего официанта.

– Конечно. – Немного озадаченный официант принёс лист бумаги.

– Полина, у тебя была для меня задачка, – Стёпа протянул сестре листок.

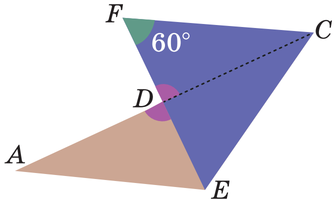
– Да, сейчас. – Полина аккуратно согнула лист и оторвала по сгибам лишние части. Остался треугольник.

– У треугольника угол B равен 60°. Мы его сгибаем вот так. Оказалось, что треугольники ADE и CDF равны. Доказать, что AC перпендикулярно EF.



Стёпа забрал у сестры лист.

– Ну понятно, этот уголок равен 60°. – Стёпа отметил на листке угол F. – А углы ADE и CDA вертикальные.



– А раз треугольники CDF и ADE равны, то и угол DAE равен 60°.

– Почему это? – улыбнулась Полина.

– И правда, нипочему. Но какой-то из углов A или E равен 60°. Но какой? Не понимаю. – Степан задумался.

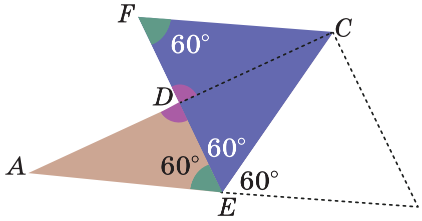
Время потихоньку подошло к десерту.

– Не понимаю, как выбрать угол, который равен 60°, – отчаялся Стёпа.

– И я вот не понимаю, – сказал папа. – Как мне выбрать десерт. Тарталетку с голубикой или с малиной?

– А ты и ту, и ту возьми попробовать, – посоветовала мама.

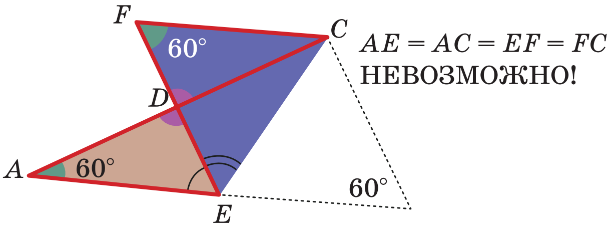
– Точно! – обрадовался Стёпа. – И так , и так попробую. Если угол AED равен 60°, смежный с ним равен 120°. А угол DEC – это его половина, так при сгибании получается, то есть 60°.



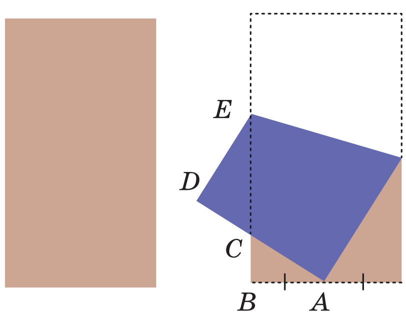
Тогда треугольник CEF равнобедренный, с основанием FE. А ещё FD равно DE – это соответствующие элементы равных треугольников CDF и ADF. Значит, CD медиана, а тогда и высота! Всё доказано... В этом случае.

– А если угол DAE равен 60°?

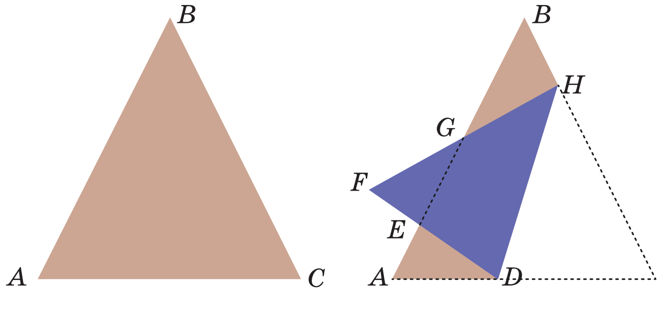
Стёпа долго рисовал и думал. Закончил решать задачу он уже дома вечером, когда все спали. Вот такой рисунок он утром показал Полине.



Задача 1 (*А. Хачатурян*). Прямоугольный лист согнули, совместив вершину с серединой противоположной короткой стороны (см. рисунок). Оказалось, что треугольники ABC и CDE равны. Найдите длинную сторону прямоугольника, если короткая равна 8.



Задача 2. Равнобедренный треугольник ABC с основанием AC согнули, как на рисунке. Оказалось, что все три треугольника AED, EFG и BGH равны. Докажите, что треугольник ABC равносторонний.



Художник Екатерина Ладатко

СИРИЙСКИЕ КВАДРАТЫ

Александр Пиперски

Даны квадраты 12 идущих подряд натуральных чисел, записанные с помощью букв западносирийского алфавита:

ܩܨܘ
ܪܟܗ
ܪܢܘ
ܪܦܛ
ܫܟܕ
ܫܣܐ
ܬ
ܬܡܐ
ܬܦܕ
ܬܩܟܛ
ܬܩܥܘ
ܬܪܟܗ

1. Квадраты каких чисел здесь даны?

2. Сколько букв в западносирийском алфавите?

3. Некоторые числа могут записываться по-западносирийски двумя способами. В частности, три равенства с использованием данных выше чисел в качестве слагаемых будут записаны вторым способом так:

ܣ̇ܠܙ = ܬܡܐ + ܩܨܘ
ܣ̇ܝܓ = ܫܟܕ + ܪܦܛ
ܡ̇ܦܐ = ܟ̇ܟܗ + ܪܢܘ

Запишите равенство

ܬܬܩܟܗ = ܬܫܢ + ܪܡ

арабскими цифрами и вторым западносирийским способом.

Задача предлагалась в марте 2021 года на Традиционной олимпиаде по лингвистике.

Художник Елена Цветаева

XLII ТУРНИР ГОРОДОВ
ВЕСЕННИЙ ТУР, 8–9 КЛАССЫ

14 и 28 марта 2021 года состоялся весенний тур XLII Турнира городов – международного математического соревнования для школьников. Приводим базовый и сложный варианты для 8 – 9 классов. В скобках после номера задачи указано число баллов, присуждавшихся за её полное решение. При подведении итогов у каждого участника учитываются три задачи, по которым он набрал больше всего баллов (баллы за пункты одной задачи суммируются).

Базовый вариант

1 [4]. Может ли произведение каких-то 9 последовательных натуральных чисел равняться сумме (может быть, других) 9 последовательных натуральных чисел?

Борис Френкин

2 [4]. В треугольнике ABC провели высоты AX и BZ, а также биссектрисы AY и BT. Известно, что углы XAY и ZBT равны. Обязательно ли треугольник ABC равнобедренный?

Жюри

3 [4]. У Тани есть 4 одинаковые с виду гири, массы которых равны 1001, 1002, 1004 и 1005 г (неизвестно, где какая), и чашечные весы (показывающие, какая из двух чаш перевесила или что имеет место равенство). Может ли Таня за 4 взвешивания гарантированно определить, где какая гиря? (Следующее взвешивание выбирается по результатам прошедших.)

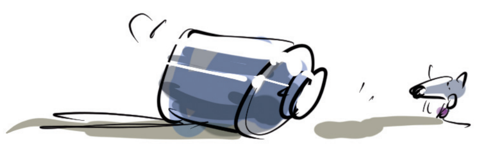
Жюри

4. а) [3] Можно ли разрезать квадрат на 4 равнобедренных треугольника, среди которых нет равных?

б) [3] А можно ли разрезать равносторонний треугольник на 4 равнобедренных треугольника, среди которых нет равных?

Владимир Расторгуев

5. На клетчатой доске лежат доминошки, не касаясь даже углами. Каждая доминошка занимает



две соседние (по стороне) клетки доски. Нижняя левая и правая верхняя клетки доски свободны. Всегда ли можно пройти из левой нижней клетки в правую верхнюю, делая ходы только вверх и вправо на соседние по стороне клетки и не наступая на доминошки, если доска имеет размеры

а) [2] 100×101 клеток;

б) [4] 100×100 клеток?

Николай Чернятьев

Сложный вариант

1 [4]. Число $2021 = 43 \cdot 47$ составное. Докажите, что если вписать в число 2021 сколько угодно восьмёрок между 20 и 21, тоже получится составное число.

Михаил Евдокимов

2 [5]. В комнате находится несколько детей и куча из 1000 конфет. Дети по очереди подходят к куче. Каждый подошедший делит количество конфет в куче на количество детей в комнате, округляет (если получилось нецелое), забирает полученное число конфет и выходит из комнаты. При этом мальчики округляют вверх, а девочки – вниз. Докажите, что суммарное количество конфет у мальчиков, когда все выйдут из комнаты, не зависит от порядка детей в очереди.

Максим Дидин

3 [6]. Треугольник ABC равносторонний. На сторонах AB и AC выбрали точки E и F, а на продолжении стороны AB – точку K так, что $AE = CF = BK$. Точка P – середина EF. Докажите, что угол KPC прямой.

Владимир Расторгуев

4 [7]. Путешественник прибыл на остров, где живут 50 аборигенов, каждый из которых либо рыцарь, либо лжец. Все аборигены встали в круг, и каждый назвал сначала возраст своего соседа слева, а потом возраст соседа справа. Известно, что каждый рыцарь назвал оба числа верно, а каждый лжец какой-то из возрастов (по своему выбору) увеличил на 1,

а другой – уменьшил на 1. Всегда ли путешественник по высказываниям аборигенов сможет определить, кто из них рыцарь, а кто лжец?

Александр Грибалко

5. В центре каждой клетки клетчатого прямоугольника M расположена точечная лампочка, изначально все они погашены. За ход разрешается провести любую прямую, не задевающую лампочек, и зажечь все лампочки по какую-то одну сторону от этой прямой, если все они погашены. Каждым ходом должна зажигаться хотя бы одна лампочка. Требуется зажечь все лампочки, сделав как можно больше ходов. Какое максимальное число ходов удастся сделать, если

а) [4] M – квадрат 21×21;

б) [4] M – прямоугольник 20×21?

Александр Шаповалов

6 [10]. В отель ночью приехали 100 туристов. Они знают, что в отеле есть одноместные номера 1, 2, ..., n, из которых k на ремонте (но неизвестно какие), а остальные свободны. Туристы могут заранее договориться о своих действиях, после чего по очереди уходят заселяться: каждый проверяет номера в любом порядке, находит первый свободный номер не на ремонте и остаётся там ночевать. Но туристы не хотят беспокоить друг друга: нельзя проверять номер, куда уже кто-то заселился. Для каждого k укажите наименьшее n, при котором туристы гарантированно смогут заселиться, не потревожив друг друга.

Фёдор Ивлев

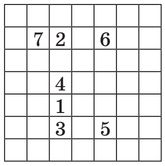
7 [12]. Пусть p и q – взаимно простые натуральные числа. Лягушка прыгает по числовой прямой, начиная в точке 0. Каждый раз она прыгает либо на p вправо, либо на q влево. Однажды лягушка вернулась в 0. Докажите, что для любого натурального $d < p+q$ найдутся два числа, посещённые лягушкой и отличающиеся ровно на d.

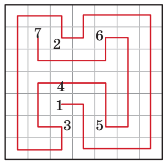
Николай Белухов

Художник Сергей Чуб

НАШ КОНКУРС, VII тур («Квантик» № 3, 2021)

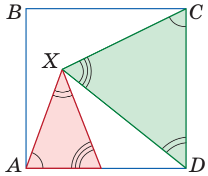
31. *Любознательный жук сидит в клетке под номером 1. Он умеет переползать только в клетку, соседнюю по стороне, и хочет обойти числа от 2 до 7 в порядке возрастания. При этом он не хочет посещать никакую клетку больше одного раза. Помогите ему построить подходящий маршрут.*





Ответ: см. нижний рисунок.

32. *Квантик расположил в квадрате два треугольника с одинаковым набором углов, как схематично показано на рисунке. Угол какой величины обязательно встретится среди углов этих треугольников?*



Ответ: 45°. Либо угол с одной дугой равен 45°, либо AX и CX симметричны относительно BD (так как углы с одной дугой равны), и X лежит на BD, откуда угол с двумя дугами равен 45°.

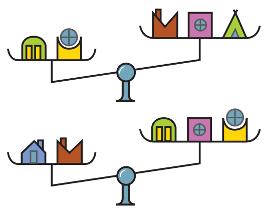
33. *Число N обладает таким свойством: если в нём вычеркнуть несколько цифр (одну или больше, но чтобы что-то осталось), то всегда получается простое число или 1. Какое наибольшее число знаков может иметь N?*

Ответ: 3. Посмотрим на остатки цифр числа N при делении на 3. Остатки 1 и 2 не могут присутствовать оба: вычеркнув все цифры, кроме этих двух, мы получим число, кратное 3. По той же причине ни один остаток не может присутствовать трижды, а остаток 0 – даже дважды. Значит, один из остатков 1 и 2 входит дважды, а остаток 0 – один раз. Пример: 113.

34. *Из тысячи красных и синих кубиков $1\times1\times1$ сложили куб $10\times10\times10$. Чтобы кубики не перепачкались свежей краской, между соседними кубиками разного цвета вставляли тонкий изолирующий квадратик. Оказалось, что изолирующих квадратиков нечётное количество. Докажите, что на поверхности куба не может быть поровну красного и синего.*

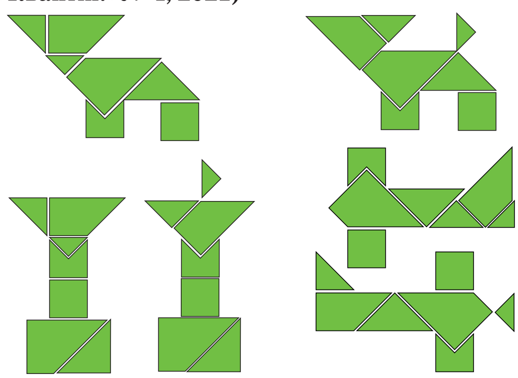
Ответ: Число синих граней чётно (по 6 на каждом синем кубике). Внутри куба находится нечётное число синих граней, потому что это удвоенное число пар соседних синих кубиков плюс число изолирующих квадратиков. Значит, на поверхности нечётное число синих граней. Если бы красных граней было столько же, то общее число квадратиков на поверхности не делилось бы на 4, но оно равно 600, противоречие.

35. *Толя нашёл 6 игрушечных домиков из старого конструктора. Он точно помнит, что эти домики весят 10, 20, 30, 40, 50 и 60 граммов, но не помнит, какой именно домик сколько весит. Он дважды взвесил домики на правильных весах так, как показано на рисунке. Вес каких домиков он может определить однозначно?*



Ответ: всех, кроме домиков и . Так как веса домиков кратны 10, чаши на каждых весах различаются не меньше, чем на 10. Имеем:
$+ 60 \geqslant + + \geqslant + + + 10 \geqslant + 20 \geqslant$
$\geqslant + + + 30 \geqslant + 10 + 20 + 30 = + 60.$
Значит, все неравенства превращаются в равенства, откуда $= 60$, $= 10$ и $= 20$. Далее, $60 + = + + 20$, и веса этих трёх домиков – 30, 40 и 50. Из трёх вариантов для подходит лишь один: $= 40$. Так как и всё время были на одной чаше, их нельзя различить.

ОТ ИКАРА ДО АЭРОПЛАНА
(«Квантик» № 4, 2021)



СГИБАНИЯ БУМАГИ. История третья. Соответствующие элементы.

1. Ответ: 12. Убедитесь, что длинная сторона прямоугольника равна $AB + BC + CA$, а короткая равна $BC + CA$.

2. Разберите два случая: угол GBH равен либо углу GFE, либо углу FEG.

СИРИЙСКИЕ КВАДРАТЫ

Подсказка: Самая короткая запись – это, видимо, квадрат какого-то круглого числа. Обратите внимание, что если прибавить этот квадрат ко 2-му квадрату из списка, получится 12-й квадрат.

XLII ТУРНИР ГОРОДОВ. ВЕСЕННИЙ ТУР

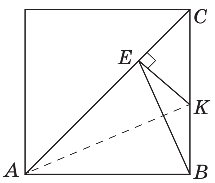
8 – 9 классы. Базовый вариант

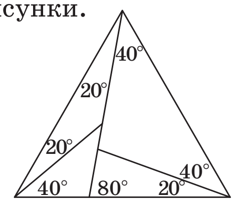
1. Ответ: может. Например,
$(8!-4)+(8!-3)+...+8!+...+(8!+4)=9\cdot 8!=9!$.

2. Ответ: не обязательно. Например, в треугольнике с углами $\angle A=30°$, $\angle B=90°$, $\angle C=60°$ оба указанных угла равны 15°. *Замечание.* Годится любой треугольник с углом C, равным 60°.

3. Ответ: может. Первые три взвешивания такие: разбиваем гири на две пары способом, который ещё не встречался, и сравниваем их. Разных способов как раз три. Мы получим равенство для пар {1001, 1005} и {1002, 1004}. При этом только гиря 1001 в двух других взвешиваниях была в «лёгкой» паре и только гиря 1005 в двух других взвешиваниях была в «тяжёлой» паре – так находим их. Оставшиеся две гири 1002 и 1004 различаем четвёртым взвешиванием.

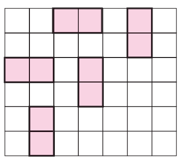
4. Ответы: можно, см. рисунки.





На левом рисунке сначала проводим биссектрису AK угла BAC, а затем отражаем точку B относительно AK и получаем точку E.

5. а) **Ответ:** не всегда. Контрпример для доски 6×7 дан справа. Путь строится однозначно и упирается в самую правую доминошку. Аналогичный пример годится и для доски 100×101.



б) **Ответ:** всегда. Первая и последняя клетки лежат на главной диагонали, их «координаты» (1, 1) и (100, 100). Докажем, что в любую свободную клетку этой диагонали можно попасть.

Пусть мы дошли до клетки (n, n). Если клетка $(n+1, n+1)$ свободна, то хотя бы одна из клеток $(n, n+1)$ и $(n+1, n)$ не занята, и через неё можно пройти на клетку $(n+1, n+1)$. Если клетка $(n+1, n+1)$ занята, то из 8 клеток вокруг занята ровно одна, соседняя по стороне, и один из двух путей из (n, n) в $(n+2, n+2)$ не закрыт.

8 – 9 классы. Сложный вариант

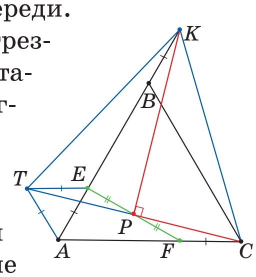
1. Разность двух таких чисел, в которых число восьмёрок различается на 1, имеет вид 1880...0. Но $188=47\cdot 4$, то есть делится на 47, как и 2021. Поэтому, добавляя восьмёрки по одной, мы будем получать числа, делящиеся на 47.

2. Деление с остатком кучи конфет на k детей можно представить так: раскладываем конфеты на k кучек, которые или равны (если остаток 0), или в части кучек на 1 конфету больше, чем в остальных (число таких кучек равно остатку).

Пусть первый ребёнок разложит так конфеты на кучки, расположив кучки слева направо по возрастанию числа конфет в них. Можно считать, что он возьмёт себе правую кучку, если он мальчик, или левую, если он – девочка.

Когда зайдёт следующий ребёнок, конфеты уже будут разложены на кучки, как если бы он сам делил с остатком (ведь и число детей, и число кучек уменьшилось на 1), и снова мальчик возьмёт правую кучку, а девочка – левую, и т.д. В итоге мальчики возьмут все правые кучки в количестве, равном числу мальчиков, что не зависит от порядка детей в очереди.

3. На продолжении отрезка CP за точку P отметим такую точку T, что $CP=PT$. Тогда $FCET$ – параллелограмм, откуда TE равно и параллельно FC. Но тогда треугольники TEK и KBC равны по первому признаку: тупые углы у них равны 120° и соответствующие стороны при этих углах равны. Значит, TKC равнобедренный и его медиана KP – высота.



4. Выберем любого аборигена – назовём его Петей – и найдём его возраст. Наденем на каждого второго аборигена шапку, начиная с Пети. Занумеруем аборигенов без шапок, идущих за Петей по часовой стрелке: 1, 2, ..., 24, 25.

Каждый абориген верно сообщает сумму возрастов своих соседей (если сложить названные аборигеном числа). Сложим числа, названные 1-м, 3-м, ..., 25-м аборигенами без шапок – это будет сумма возрастов всех аборигенов в шапках *плюс* возраст Пети. Сложим числа, названные 2-м, 4-м, ..., 24-м аборигенами без шапок – это будет сумма возрастов всех аборигенов в шапках *минус* возраст Пети. Вычтя из первой суммы вторую и поделив на 2, получим возраст Пети.

Зная возраст любого аборигена, легко узнать, кто его соседи, по их ответам.

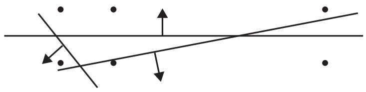
5. Ответы: а) 3 хода; б) 4 хода.

Вместо M будем рассматривать прямоугольник N с вершинами в угловых лампочках.

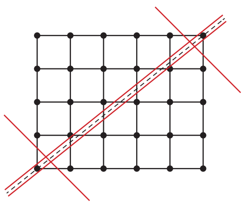
Оценки. Каждым ходом зажигается хоть одна угловая лампочка, откуда ходов не более 4.

В п. а) заметим ещё, что мы должны на каком-то ходу зажечь центральную лампочку. Вместе с ней по одну сторону от проведённой прямой окажется хотя бы две угловые лампочки (поскольку прямая, параллельная проведённой и проходящая через центр, делит квадрат N пополам).

Примеры. **а)** Сначала зажигаем всё, кроме нижнего ряда лампочек, затем оставшиеся лампочки, кроме угловой, и наконец угловую. (На рисунке изображены два нижних слоя лампочек.)



б) Прямоугольник N имеет размеры 19×20. На его диагонали нет других лампочек, так как 19 и 20 взаимно просты. Проведём первую прямую параллельно диагонали, чуть ниже, чтобы эти две лампочки оказались над ней, а все остальные лампочки остались с той же стороны, что и до этого; зажжём все лампочки ниже этой прямой. Аналогично проведём вторую прямую параллельно диагонали, но чуть выше, и зажжём все лампочки выше этой прямой, как на рисунке. (Для примера мы взяли N размером 4×5). Оставшиеся две угловые лампочки можно зажечь за два хода, отсекая прямой от остальных.



6. Ответ: $n=100(m+1)$ при $k=2m$ и
$n=100(m+1)+1$ при $k=2m+1$.

Пусть $k=2m$ или $k=2m+1$.

Алгоритм. Мысленно разделим номера на 100 участков по $m+1$ номеров, а в случае нечётного k оставшийся номер объявим запасным. Пусть i-й турист сначала проверяет все номера i-го участка, двигаясь слева направо, потом идёт в запасной номер (если тот есть), а потом проверяет номера $(i+1)$-го участка, но справа налево (если $i=100$, проверяет 1-й участок). Никакие два туриста не попадут при этом в один номер, так как суммарно на двух их участках (включая запасной номер, если он есть), всего $k+2$ номера.

Оценка. Чтобы каждый из 100 туристов мог гарантированно заселиться, он должен иметь список из $k+1$ различных номеров, куда будет заходить. Можно считать, что списки не меняются по ходу заселения других туристов (ведь никакой информации о них он не узнает).

Возьмём в списке каждого туриста первые $m+1$ номеров. Все эти $100(m+1)$ чисел различны, иначе два туриста с совпавшим числом могут оба попасть в этот номер (если их предыдущие номера, которых суммарно не больше $m+m=2m$, все на ремонте). Значит, $n\geqslant 100(m+1)$.

При чётном k всё доказано. При нечётном k, если у какого-то туриста, скажем, Пети, $(m+2)$-й номер совпадает с каким-то из $100(m+1)$ «первых» номеров, скажем, с Васиным, то когда у Пети первые $m+1$ номеров, а у Васи – первые m будут на ремонте, они попадут в один номер. Значит, все $(m+2)$-е номера отличны от $100(m+1)$ первых (хотя могут совпадать друг с другом), то есть $n\geqslant 100(m+1)+1$.

7. Случай $p=q=1$ очевиден. Иначе p и q различны, пусть $p<q$. Всего лягушка пропрыгала путь, длина которого делится на p и на q, а значит, и на pq, так как p и q взаимно просты. Тогда длина пути равна kpq для некоторого натурального k, и лягушка сделала kq «коротких» прыжков вправо и kp «длинных» прыжков влево.

Известно, что при взаимно простых p и q можно представить d в виде $d=ap-bq$ с целыми a и b. Это равенство сохранится, если одновременно увеличить (или уменьшить) a на q и b на p. Поэтому можно выбрать a натуральным и не бóльшим q. При этом b будет неотрицательным (иначе $d\geqslant p+q$), и так как $a\leqslant q$, то $b<p$ (ведь $d>0$). Поэтому $a+b<p+q\leqslant k(p+q)$.

Назовём каждую серию из $a+b$ последовательных прыжков лягушки *окном*. Условно считаем, что за последним прыжком лягушки идёт её первый прыжок (как при движении по кругу), поэтому окно может состоять и из нескольких последних и первых прыжков. Тогда всего окон ровно $k(p+q)$ штук.

Надо найти окно, в котором лягушка сделала ровно a коротких прыжков (и b длинных) – тогда она сдвинется на d за эти $a+b$ прыжков. Такое окно найдётся, если есть окно, где коротких прыжков не менее a, и окно, где их не более a: можно сдвигать первое окно по кругу, пока не дойдём до второго, число коротких прыжков в окне каждый раз будет меняться максимум на 1, и будет момент, когда оно равно a.

Сложим число коротких прыжков во всех окнах – получим $kq(a+b)$, ведь каждый прыжок учли $a+b$ раз. Окон $k(p+q)$, и в среднем на окно придётся $\frac{kq(a+b)}{k(p+q)}$ коротких прыжков. Это равно $\frac{qa+qb}{p+q}=\frac{pa+qa-d}{p+q}=a-\frac{d}{p+q}$, что больше $a-1$ и меньше a. Значит, найдётся окно, где коротких прыжков не менее a, и окно, где их не более a.

наш КОНКУРС

Приглашаем всех попробовать свои силы в нашем

заочном математическом конкурсе.

Третий этап состоит из четырёх туров (с IX по XII) и идёт с мая по август.

Высылайте решения задач IX тура, с которыми справитесь, не позднее 5 июня в систему проверки **konkurs.kvantik.com** (инструкция: kvan.tk/matkonkurs), либо электронной почтой по адресу **matkonkurs@kvantik.com**, либо обычной почтой по адресу **119002, Москва, Б. Власьевский пер., д. 11, журнал «Квантик».**

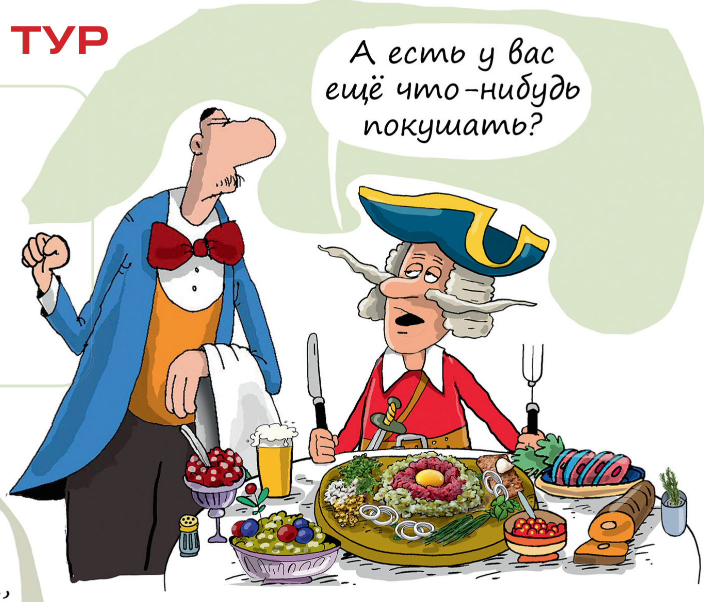
В письме кроме имени и фамилии укажите город, школу и класс, в котором вы учитесь, а также обратный почтовый адрес.

В конкурсе также могут участвовать команды: в этом случае присылается одна работа со списком участников. Итоги среди команд подводятся отдельно.

Задачи конкурса печатаются в каждом номере, а также публикуются на сайте **www.kvantik.com**. Участвовать можно, начиная с любого тура. Победителей ждут дипломы журнала «Квантик» и призы. Желаем успеха!

IX ТУР

41. Барон Мюнхгаузен и 10 его друзей устроили для себя 10 обедов. На каждом обеде барон съел больше, чем какие-то 9 его друзей вместе взятые. Могло ли оказаться, что суммарно за эти 10 обедов барон съел меньше, чем любой его друг?



42. На листке бумаги нарисован острый угол. Толик Втулкин хочет проверить, этот угол больше 60° или нет. Как ему это сделать, имея в распоряжении только циркуль и проведя всего две окружности?

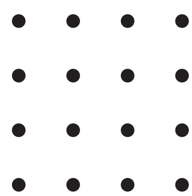
Авторы: Сергей Дориченко (41), Сергей Дворянинов (42), Александр Перепечко (43), Игорь Акулич (44), Александр Грибалко (45)

43. Дан кубик с гранями шести разных цветов.

а) Можно ли из его копий собрать куб $2 \times 2 \times 2$ так, чтобы любые два соседних кубика касались по граням одинакового цвета?

б) А собрать какой-нибудь куб бóльшего размера?

44. 16 точек расположены в виде квадрата, как на рисунке справа. Их произвольным образом разбивают на пары, а затем точки каждой пары соединяют отрезком. Петя утверждает, что среди восьми проведённых отрезков обязательно найдутся либо два параллельных между собой (возможно, лежащих на одной прямой), либо два перпендикулярных. Прав ли он?



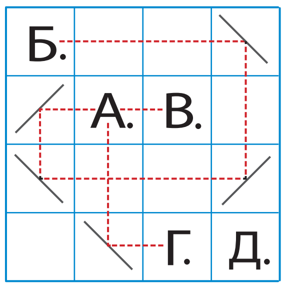
45. За круглым столом сидят 25 рыцарей, которые представляют два ордена. В зале тусклый свет, поэтому каждый видит только четырёх ближайших соседей – по два слева и справа. Докажите, что один из рыцарей видит слева и справа поровну рыцарей своего ордена.

Художник Николай Крутиков

ЗЕРКАЛЬНАЯ КОМНАТА

Аня, Боря, Ваня, Галя и Даня оказались в комнате, поделённой на квадратики 1×1. В некоторых квадратиках по диагонали стоит зеркало (зеркальная поверхность может быть и с двух сторон от диагонали). Встав в разные пустые квадратики, ребята обнаружили, что каждый может увидеть всех остальных, глядя в четырёх направлениях параллельно сторонам квадратиков. Могла ли комната иметь размеры а) 6×6; б) 5×5? Могло ли в комнате быть меньше 25 квадратиков (если она не квадратная)?

Покажем на примере, как работает зеркальная комната (см. рисунок). Если Аня посмотрит вправо, она увидит Ваню, а если вниз – Галю, но не увидит Даню за ней. Если Аня посмотрит влево, она увидит Борю, а посмотрев вверх, не увидит никого.



Художник Мария Усеинова

Автор Георгий Караваев

ISSN 2227-7986
9 772227 798213 21005